



Uplifting Mathematics for All

Guia didàctica

Punts que exploten

(Exploding Dots™)

Experiència 3:

La suma i la multiplicació

Visió general	2
La suma	3
Apartado opcional: <i>L'algoritme tradicional</i>	6
Material A: <i>La suma</i>	8
Solucions a les preguntes de «Material A»	9
La multiplicació	10
Material B: <i>La multiplicació</i>	12
Solucions a les preguntes de «Material B»	13
Apartado opcional: <i>Multiplicar per deu</i>	14
Apartado opcional: <i>La multiplicació llarga</i>	16
Material C: <i>Exploracions brutals</i>	19

Recursos relacionats:

- Podeu accedir als vídeos i més recursos a [Exploding Dots - Global Math Project](#).
- Accedeix a [actividades guiadas en Desmos](#).
- Joga en línia amb el giny de [Dhimad](#) (inclou àlgebra).

Visió general

Objectius de l'alumne

Els alumnes juguen ara amb la màquina $1 \leftarrow 10$ i analitzen els algoritmes aritmètics a partir d'aquesta màquina. Comencen amb sumes llargues i, després, breument, passen a la multiplicació i tornen a veure els algoritmes.

Breu resum de l'experiència

Per sumar 358 i 287, només cal sumar 3 i 2 centenars, 5 i 8 desenes, i 8 i 7 unitats. El resultat és cinc-cents tretze-ta quinze.

$$\begin{array}{r}
 358 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 + 287 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 = \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 5 \mid 13 \mid 15
 \end{array}$$

És una solució sòlida i correcta des del punt de vista matemàtic, però que resulta extravagant per a la societat. Amb les explosions hi podem posar remei i demostrar que aquesta solució equival a 645.

De la mateixa manera, 26417×3 equival a $6 \mid 18 \mid 12 \mid 3 \mid 21$. Les explosions en fan una solució més acostada a les preferències de la societat.

Introducció

Podeu veure el vídeo de benvinguda, en què James introdueix aquesta experiència, aquí: <https://globalmathproject.org/exploding-dots/> [0:40 minuts].



La suma

Podeu veure un vídeo de James sobre aquesta lliçó aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/> [4:00 minuts].

Aquí hi ha el guió que segueix James quan explica la lliçó a la pissarra. No cal dir que podeu adaptar-lo com més us convingui. Al vídeo podreu veure quan i com dibuixa James els diagrames i com els va ampliant.

A la societat li agrada treballar en base deu. Per tant, quedem-nos amb una màquina $1 \leftarrow 10$ durant una estona i mirem de donar sentit a l'aritmètica que aprenem a l'escola.

Hem vist com s'escriuen els nombres. Què és el primer que aprenen a fer els alumnes amb els nombres un cop ja saben escriure'ls?

Els alumnes acostumen a respondre «sumes» o «sumar-los».

Molt bé. Investiguem la suma.

Aquí tenim una suma: calculeu $251 + 124$. Aquest problema s'acostuma a plantejar de la manera següent:

$$\begin{array}{r} 251 \\ + 124 \\ \hline \end{array}$$

Aquesta suma és fàcil de calcular: $2 + 1$ són 3; $5 + 2$ són 7; i $1 + 4$ són 5. I apareix la solució: 375.

$$\begin{array}{r} 251 \\ + 124 \\ \hline 375 \end{array}$$

Però us heu fixat en una cosa curiosa?

La majoria dels alumnes s'han adonat que he fet l'operació d'esquerra a dreta i no de dreta a esquerra.

Sí. Ho he fet d'esquerra a dreta, igual com em van ensenyar a llegir. Suposo que és tot el contrari del que s'ensenyava a fer a la majoria de persones en una classe de matemàtiques: anar de dreta a esquerra.

Però és gaire rellevant, això? Si aneu de dreta a esquerra, obteniu la mateixa solució, 375?

Els alumnes diuen que sí.



Aleshores, per què en classe de matemàtiques ens ensenyen a fer-ho de dreta a esquerra?

Per a molts, aquest problema que acabem de fer és «massa còmode». Hauríem de provar-ho amb una suma més difícil, com ara $358 + 287$.

$$\begin{array}{r} 358 \\ + 287 \\ \hline \end{array}$$

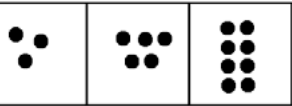
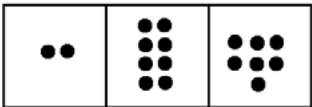
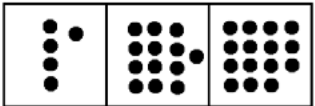
Molt bé. Som-hi!

Si tornem a anar d'esquerra a dreta, tenim que $3 + 2$ són 5; $5 + 8$ són 13; i $8 + 7$ són 15. I obtenim el resultat d'abans: cinc-cents tretze-ta quinze. (Recordeu que *-ta* significa 'deu'.)

$$\begin{array}{r} 358 \\ + 287 \\ \hline 5 \mid 13 \mid 15 \end{array}$$

A mi se'm dona bé dir «cinc-cents tretze-ta quinze» ràpidament i sense pensar-m'hi gaire. Proveu a dir-ho vosaltres també! Els alumnes sempre riuen quan els ho proposo.

I la solució és del tot correcta des del punt de vista matemàtic! Podeu veure que és correcta si feu servir una màquina $1 \leftarrow 10$. Aquí tenim el 358 i el 287.

358	
+ 287	
=	
	
	5 13 15

Si sumem 3 centenes i 2 centenes, n'obtenim clarament 5 centenes.

Si sumem 5 desenes i 8 desenes, n'obtenim clarament 13 desenes.

Si sumem 8 unitats i 7 unitats, n'obtenim clarament 15 unitats.

«Cinc-cents tretze-ta quinze» és una solució del tot correcta (i fins i tot l'he dit correctament). I és que tenim 5 centenes, 13 desenes i 15 unitats. En aquesta solució no hi ha cap error des del punt



de vista matemàtic. És només que sona estranya. La societat prefereix que els nombres no es diguin d'aquesta manera.

Per tant, la pregunta és:

Podem fer que aquesta solució agradi a la societat —no a les matemàtiques—, només a la societat?

I tant que sí! Podem fer explosions. (Al cap i a la fi, és una màquina $1 \leftarrow 10$.)

Quin voleu fer explotar abans, el 13 o el 15?

La majoria d'alumnes diu que el 15. Llavors, jo els dic: «Així que encara voleu anar de dreta a esquerra? Va, fem primer el 13, ni que sigui per trencar aquest costum!».

Deu punts situats a la casella del mig exploten i són substituïts per un punt a la casella de l'esquerra.

$$\begin{array}{r}
 358 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 + 287 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 = \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{c} \cancel{5} \mid \cancel{13} \mid 15 \\ 6 \quad 3 \end{array}
 \end{array}$$

I apareix la solució: sis-cents tres-ta quinze. Continua sent una solució molt maca, i correcta des del punt de vista matemàtic. Però pot ser que a la major part de la societat no li agradi. Fem una altra explosió: deu punts a la casella de la dreta del tot.

$$\begin{array}{r}
 358 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 + 287 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 = \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot & \cdot\cdot\cdot \\ \hline \end{array} \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{c} \cancel{5} \mid \cancel{13} \mid \cancel{15} \\ 6 \quad \cancel{3} \quad 5 \\ \quad \quad 4 \end{array}
 \end{array}$$

Ara veiem la solució: sis-cents quatre-ta cinc o, perquè sigui del gust de la societat, sis-cents quaranta-cinc

Apartat opcional: L'algoritme tradicional

Podeu veure un vídeo de James sobre aquesta lliçó opcional aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/> [1:58 minuts].

En què es diferencia aquest mètode dels punts i les caselles respecte de l'algoritme estàndard, que és el més conegut?

Tornem a l'exemple $358 + 287$. A la majoria de persones els sorprèn (potser les trasbalsa i tot) aquesta senzilla solució d'esquerra a dreta: $5 \mid 13 \mid 15$.

$$\begin{array}{r} 358 \\ + 287 \\ \hline 5 \mid 13 \mid 15 \end{array}$$

Això passa perquè l'algoritme tradicional ens fa anar de dreta a esquerra i començar per $8 + 7$.

Ara bé, en l'algoritme no escrivim 15, que és la solució. En comptes d'això, fem explotar immediatament deu punts i, al paper, escrivim un 5 a la línia del resultat i un 1 en petit a dalt de la columna del mig. D'això se'n diu «portar-ne un», que —correctament— equival a afegir un punt extra a la posició que ocupen les desenes.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 358 \\ + 287 \\ \hline 5 \end{array}$$

Vegem ara les caselles del mig. La suma dona 14 punts a la casella de les desenes ($5 + 8$ dona tretze punts, a més del punt extra procedent de l'explosió anterior).

I ara en fem una altra, d'explosió.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 358 \\ + 287 \\ \hline 45 \end{array}$$



Al paper, hi escrivim un 4 a la posició que ocupen les desenes de la línia del resultat, i posem un altre 1 a dalt de la columna següent. Això encaixa perfectament amb la noció representada pel mètode de punts i caselles.

I ara finalitzem el problema afegint els punts a la posició que ocupen les centenes.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 358 \\
 + 287 \\
 \hline
 645
 \end{array}$$

Per tant, veiem que l'algoritme tradicional funciona de dreta a esquerra, i va fent explosions («en porta») a mesura que avancem. El del paper és un mètode ràpid i concís, i potser és per això que durant segles ha estat el preferit per fer sumes llargues.

El mètode *Punts que exploten* funciona d'esquerra a dreta, que és com ens ensenyen a llegir en català, i deixa totes les explosions per al final. És fàcil d'entendre, i fins i tot una mica divertit.

Tots dos mètodes, per descomptat, són bons i correctes. Triar l'un o l'altre és només una qüestió de gust o d'estil personal. (I no cal dir que podeu proposar els vostres propis mètodes, que també seran correctes!)



Material A: La suma

Utilitzeu el material que trobareu a continuació per als alumnes que vulguin practicar amb les preguntes d'aquesta lliçó i reflexionar-hi després a casa. NO són deures, és totalment opcional. (N'hi ha una versió imprimible al document *Punts que exploten. Experiència 3.*)

Punts que exploten

Experiència 3: La suma i la multiplicació

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material A: La suma

Així es fa la suma de 358 i 287 segons el mètode *Punts que exploten*.

$$\begin{array}{r}
 358 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 + 287 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 = \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet & \bullet\bullet\bullet \\ \hline \end{array} \\
 5 \mid 13 \mid 15
 \end{array}$$

Amb les explosions podem veure que aquest resultat és equivalent a 645.

Escriuiu la solució d'aquestes sumes, fent-les d'esquerra a dreta i sense tenir en compte l'opinió de la societat! Després, feu algunes explosions per transformar cada solució en alguna cosa que la societat entengui.

$$\begin{array}{r}
 148 \\
 + 323 \\
 \hline
 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 567 \\
 + 271 \\
 \hline
 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 377 \\
 + 188 \\
 \hline
 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 582 \\
 + 714 \\
 \hline
 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 310462872 \\
 + 389107123 \\
 \hline
 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 87263716381 \\
 + 18778274824 \\
 \hline
 =
 \end{array}$$



Solucions a les preguntes de «Material A»

$$148 + 323 = 4 \mid 6 \mid 11 = 471$$

$$567 + 271 = 7 \mid 13 \mid 8 = 838$$

$$377 + 188 = 4 \mid 15 \mid 15 = 5 \mid 5 \mid 15 = 565$$

$$582 + 714 = 12 \mid 9 \mid 6 = 1 \mid 2 \mid 9 \mid 6 = 1296$$

$$310462872 + 389107123 = 6 \mid 9 \mid 9 \mid 5 \mid 6 \mid 9 \mid 9 \mid 5 = 699569995$$

$$87263716381 + 18778274824 = 9 \mid 15 \mid 9 \mid 13 \mid 11 \mid 9 \mid 8 \mid 10 \mid 11 \mid 10 \mid 5 = \dots = 106041991205$$



La multiplicació

Podeu veure un vídeo de James sobre aquesta lliçó aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/> [2:37 minuts].

Molt bé. La suma. I què solen aprendre els alumnes després a l'escola?

La seva resposta és sempre la mateixa: «a restar». I aleshores jo els dic...

Això és massa complicat. Fem multiplicacions!

Molt bé. La multiplicació. Doncs posem-nos-hi!

Teniu menys de tres segons per escriure una solució ràpida i correcta per a aquesta multiplicació. Vinga, algú en té cap?

$$26417 \times 3$$

Normalment exagero una mica. M'estic dret i compto lentament fins a tres o el que sigui.

Ho veieu, que 6 | 18 | 12 | 3 | 21, és a dir, sis desenes de milers, divuit milers, dotze centenes i tres-ta vint-i-un, és correcte i funciona?

Això és el que està passant.

Comencem amb una imatge de 26417 en una màquina $1 \leftarrow 10$. (Us sembla bé que només escrigui els nombres i no dibuixi els punts?)

2	6	4	1	7
---	---	---	---	---

Se'ns demana que multipliquem per tres aquest nombre.

2	6	4	1	7	$\times 3$
---	---	---	---	---	------------

En aquest moment tenim 2 desenes de milers. Si els multipliquem per tres, tindrem 6 desenes de milers.

En aquest moment tenim 6 milers, que es convertiran en 18 milers si els multipliquem per tres.



Així mateix, 4 centenes es converteixen en 12 centenes, 1 desena es converteix en 3 desenes, i 7 unitats es converteixen en 21 unitats.

6	18	12	3	21
---	----	----	---	----

Veiem que la solució és: seixanta divuit milers, dotze centenes i tres-ta vint-i-un. Una solució del tot sòlida i correcta des del punt de vista matemàtic!

I ara, com podem modificar aquesta solució perquè agradi a la societat?

Fent explosions, és clar!

Quina explosió voleu fer en primer lloc?

Arribats aquí, els alumnes acostumen a triar un nombre situat al mig en lloc del que està més a la dreta. Perfecte!

Molt bé. Fem explotar primer el 12. Dona

6 | 19 | 2 | 3 | 21

Voleu continuar endavant? O voleu aturar-vos aquí i dir que, si volem, podem donar-lo per finalitzat?

Depenent del que responguin els alumnes, podem continuar fins a obtenir el resultat final, 79251, o bé aturar-nos aquí i passar a una altra cosa.

Observació: Normalment, els alumnes no em pregunten per la multiplicació llarga. Si us ho pregunten a vosaltres, podeu fer els altres dos apartats opcionals d'aquesta experiència.



Material B: La multiplicació

Utilitzeu el material que trobareu a continuació per als alumnes que vulguin practicar amb les preguntes d'aquesta lliçó i reflexionar-hi després a casa. NO són deures, és totalment opcional. (N'hi ha una versió imprimible al document *Punts que exploten. Experiència 3.*)

Punts que exploten

Experiència 3: La suma i la multiplicació

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:

<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material B: La multiplicació

Veiem que

$$26417 \times 3 = 6 \mid 18 \mid 12 \mid 3 \mid 21$$

2	6	4	1	7
---	---	---	---	---

 $\times 3 =$

6	18	12	3	21
---	----	----	---	----

Amb les explosions, aquesta solució es pot reescriure com 79251.

A continuació, trobareu més operacions sobre les quals, si voleu, podeu reflexionar.

Calculeu: 26417×4 , 26417×5 i 26417×9 .

Calculeu 26417×10 i expliqueu per què la solució ha de ser 264170.

(Aquesta solució s'assembla al nombre original, però amb el dígit 0 afegit al final.)

Extra: Us ve de gust calcular 26417×11 , a més de 26417×12 ?

(Pot ser que la resposta sigui: «No, no em ve de gust fer-ho!».)



Solucions a les preguntes de «Material B»

Tenim

$$26417 \times 4 = 8 \mid 24 \mid 16 \mid 4 \mid 28 = 10 \mid 4 \mid 16 \mid 4 \mid 28 = 1 \mid 0 \mid 4 \mid 16 \mid 4 \mid 28 = 1 \mid 0 \mid 5 \mid 6 \mid 4 \mid 28 = 105668$$

$$26417 \times 5 = 10 \mid 30 \mid 20 \mid 5 \mid 35 = 10 \mid 30 \mid 20 \mid 8 \mid 5 = 10 \mid 32 \mid 0 \mid 8 \mid 5 = 13 \mid 2 \mid 0 \mid 8 \mid 5 = 132085$$

$$26417 \times 9 = 18 \mid 54 \mid 36 \mid 9 \mid 63 = 18 \mid 54 \mid 36 \mid 15 \mid 3 = \dots = 237753$$

$$26417 \times 10 = 20 \mid 60 \mid 40 \mid 10 \mid 70 = \dots = 264170$$

i

$$26417 \times 11 = 22 \mid 66 \mid 44 \mid 11 \mid 77 = \dots = 290587$$

$$26417 \times 12 = 24 \mid 72 \mid 48 \mid 12 \mid 84 = \dots = 317004$$

A l'últim apartat d'aquesta experiència s'analitza més en profunditat per què 26417×10 dona 264170.



Apartat opcional: Multiplicar per deu

Per què la solució de 26417×10 s'assembla al nombre original però amb un zero afegit al final?

Recordo que aquesta regla me la van ensenyar a escola: per multiplicar per deu, has d'afegir un zero. Per exemple,

$$37 \times 10 = 370$$

$$98989 \times 10 = 989890$$

$$100000 \times 10 = 1000000$$

I així successivament.

Aquesta afirmació encaixa perfectament amb el plantejament dels punts i les caselles.

Aquí tenim de nou el nombre 26417, en una màquina $1 \leftarrow 10$.

2	6	4	1	7
---	---	---	---	---

I aquí tenim 26417×10 .

20	60	40	10	70
----	----	----	----	----

Fem ara les explosions, una per una. (Ens caldrà una altra casella a l'esquerra.)

Tenim que 2 grups de deu exploten i donen 2 punts a la següent casella de l'esquerra, i que 6 grups de deu exploten i donen 6 punts a la següent casella de l'esquerra, i que 4 grups de deu exploten i donen 4 punts a la següent casella de l'esquerra, i així successivament. Els dígit amb què treballem no canvien. De fet, el resultat final que veiem és que tots els dígit es mouen un lloc cap a l'esquerra i deixen zero punts a la casella de les unitats.



	20	60	40	10	70
2	0	60	40	10	70
2	6	0	40	10	70
2	6	4	0	10	70
2	6	4	1	0	70
2	6	4	1	7	0

I així sembla que hem afegit un zero a la dreta del tot de 26417. (Però això es deu, en realitat, a la gran quantitat d'explosions que hem fet.)

Vegem ara dos problemes pràctics:

- Quina ha de ser la solució a 476×10 ? I a 476×100 ?
- Quina ha de ser la solució a $9190 \div 10$? I a $3310000 \div 100$?



Apartat opcional: La multiplicació llarga

És possible fer, posem per cas, 37×23 , amb punts i caselles?

Aquí se'ns demana que multipliquem tres desenes per 23 i set unitats per 23. Si se us donen bé els múltiples de 23, això ha de donar $3 \times 23 = 69$ desenes i $7 \times 23 = 161$ unitats. Així doncs, la solució és $69 \mid 161$. Amb explosions, donaria 851.

Però sembla un mètode difícil, ja que t'obliga a conèixer els múltiples de 23.

Exercici de reflexió

La Mariona va estar reflexionant una estoneta sobre 37×23 , i al final ho va representar així:

$$\begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 6 & 14 & 0 \\
 \hline
 + & & 9 \quad 21 \\
 \hline
 = & 6 & 23 \quad 21 \\
 \hline
 \end{array}$$

Després va dir que $37 \times 23 = 6 \mid 23 \mid 21 = 8 \mid 3 \mid 21 = 851$.

- a) Podeu esbrinar quin va ser el raonament de la Mariona? Aquí hi ha un altre exemple que va representar després.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 3 & 1 & 2 & 5 \\
 \times & & 8 & 3 & 2 \\
 \hline
 & 6 & 2 & 4 & 10 \\
 & 9 & 3 & 6 & 15 & 0 \\
 24 & 8 & 16 & 40 & 0 & 0 \\
 \hline
 24 & 17 & 25 & 48 & 19 & 10 \\
 \hline
 = 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

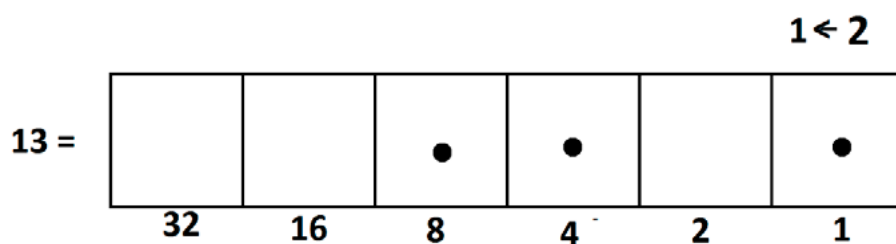
- b) Com us sembla que la Mariona representaria 236×34 (i quin resultat n'obtindria)?
- c) Si seguim el plantejament de la Mariona, 37×23 i 23×37 donen el mateix resultat? Trobeu que és evident, a mesura que feu el procés, que donaran el mateix resultat? I 236×34 i 34×236 donen el mateix resultat seguint el plantejament de la Mariona?

Vegem ara una altra forma divertida de reflexionar sobre la multiplicació. Aquesta vegada treballarem amb una màquina $1 \leftarrow 2$.

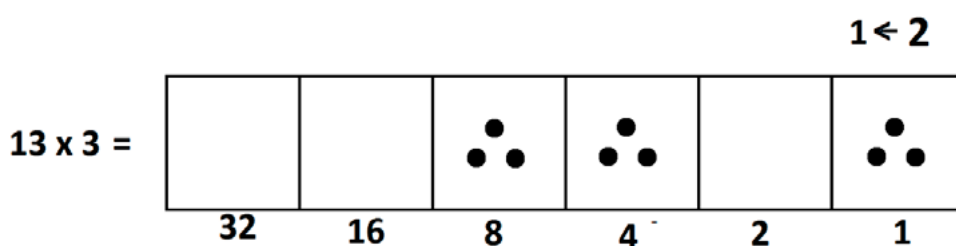


Calculem ara 13×3 .

Així veiem el 13 en una màquina $1 \leftarrow 2$.

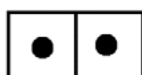


Se'ns demana que ho multipliquem tot per tres. Per tant, cada punt que veiem l'hem de substituir per tres punts.

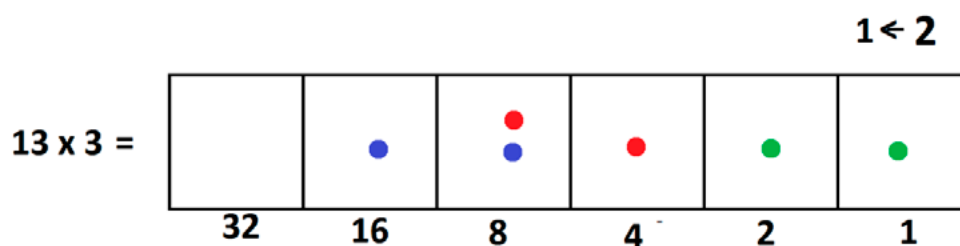
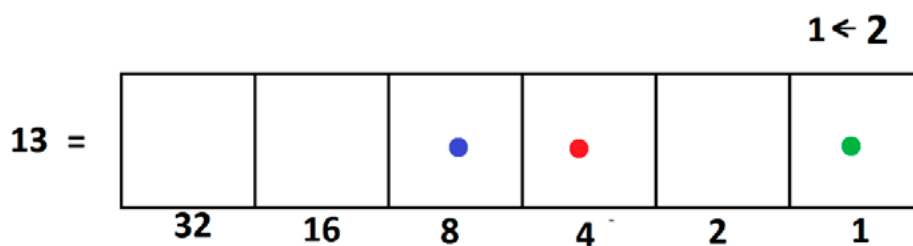


I ara fem algunes explosions per obtenir la solució 39 (que és 100111 en la màquina $1 \leftarrow 2$).

D'altra banda, podem veure que tres punts en una màquina $1 \leftarrow 2$ es representen així.



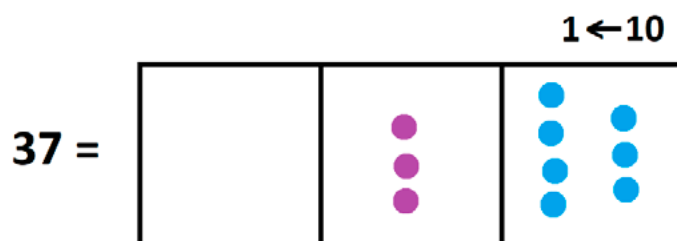
Per tant, podem substituir cada punt de la nostra imatge de 13 per un punt i un segon punt a la següent casella de l'esquerra. (He afegit una mica de color a la imatge perquè es vegi millor tot això.)



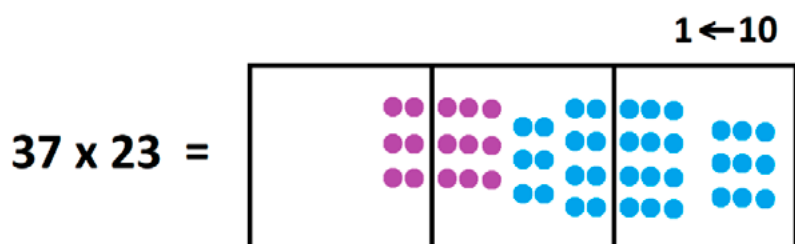
Ara, amb menys explosions pendants, veiem que apareix la solució 100111.

Si volem, també podem seguir aquest últim plantejament en base deu, però pot ser desagradable i molest! (A mi, personalment, m'agrada el plantejament de la Mariona a l'exercici de reflexió que hem vist.)

Tornem a 37×23 . Així es representa el 37.



Per multiplicar per 23, hem de substituir cada punt per vint-i-tres punts. Però com que el 23 es representa com dos punts seguits de tres punts en una màquina $1 \leftarrow 10$, podem substituir cada punt amb dos punts i tres punts.



Veiem el resultat 6 | 21 | 23, que explota i dona 851.

Material C: Exploracions brutals

Utilitzeu el material següent per facilitar-lo als alumnes que vulguin reflexionar després a casa amb preguntes profundes relacionades amb aquesta experiència. NO són deures, és totalment opcional, però podria servir de font per a futurs projectes dels alumnes. (N'hi ha una versió imprimible al document *Punts que exploten. Experiència 3.*)

Punts que exploten

Experiència 3: La suma i la multiplicació

Podeu accedir als vídeos de totes les lliçons de *Punts que exploten* aquí:
<https://globalmathproject.org/exploding-dots/>

Material C: Exploracions brutals

A sota teniu algunes investigacions sobre «grans preguntes»: podeu explorar-les o bé simplement reflexionar-hi. Divertiu-vos!

EXPLORACIÓ 1: LA SUMA EN BASE DEU NO TÉ RES D'ESPECIAL

Aquí tenim una suma en una màquina $1 \leftarrow 5$ (és a dir, una suma en base cinc). No és una suma en una màquina $1 \leftarrow 10$.

$$\begin{array}{r} 20413 \\ + 13244 \\ \hline \end{array}$$

- Quina és la solució de la màquina $1 \leftarrow 5$?
- Quin nombre té el codi *20413* en una màquina $1 \leftarrow 5$? Quin nombre té el codi *13244* en una màquina $1 \leftarrow 5$? Quina és la suma d'aquests dos nombres i quin és el codi per a aquesta suma en una màquina $1 \leftarrow 5$?

[Aquí teniu les solucions perquè pugueu comprovar les vostres habilitats.

Aquesta suma, com a operació en una màquina $1 \leftarrow 5$, és

$$20413 + 13244 = 3 \mid 3 \mid 6 \mid 5 \mid 7 = 3 \mid 4 \mid 1 \mid 5 \mid 7 = 3 \mid 4 \mid 2 \mid 0 \mid 7 = 3 \mid 4 \mid 2 \mid 1 \mid 2 = 34212$$

En una màquina $1 \leftarrow 5$, 20413 són dos 625, quatre 25, un 5 i tres 1, el mateix que el nombre 1358 en base deu; 13244 és el nombre 1074 en base deu; i 34212 és el nombre 2432 en base deu. Acabem de trobar la solució a $1358 + 1074 = 2432$.]



EXPLORACIÓ 2: LA MULTIPLICACIÓ EN BASE DEU NO TÉ RES D'ESPECIAL

Treballem amb una màquina $1 \leftarrow 3$.

- a) Calculeu 111×3 en base tres. Així mateix, què donen 1202×3 i 2002×3 ?

Podeu explicar el que hi veieu?

Treballem ara amb una màquina $1 \leftarrow 4$.

- b) Què dona 133×4 en base quatre? Què dona 2011×4 ? Què dona 22×4 ?

Podeu explicar el que hi veieu?

En termes generals, podeu explicar per què, quan treballem amb una màquina $1 \leftarrow b$, la multiplicació d'un nombre en base b per b dona com a resultat el nombre original amb un zero afegit a la seva dreta?

